

JEL Classification: E01, C4

<https://doi.org/10.35945/gb.2020.10.005>

THE SCALE OF THE SPREAD OF COVID-19 IN GEORGIA AND EFFECTIVENESS OF PREVENTIVE MEASURES IMPLEMENTED BY THE GOVERNMENT – WHAT DO MODELS SAY?

IURI ANANIASHVILI**Doctor of Economic Sciences, Professor,**

Academician of Georgia Economic Sciences Academy

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Georgia

luri.ananiashvili@tsu.ge

LEVAN GAPRINDASHVILI**Master of Economics,**

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

levani.gafrindashvili@gmail.com

Abstract. In this article we present forecasts of the spread of COVID-19 virus, obtained by econometric and machine learning methods. Furthermore, by employing modelling method, we estimate effectiveness of preventive measures implemented by the government. Each of the models discussed in this article is modelling different characteristics of the COVID-19 epidemic's trajectory: peak and end date, number of daily infections over different forecasting horizons, total number of infection cases. All these provide quite clear picture to the interested reader of the future threats posed by COVID-19.

In terms of existing models and data, our research indicates that phenomenological models do well in forecasting the trend, duration and total infections of the COVID-19 epidemic, but make serious mistakes in forecasting the number of daily infections. Machine learning models, deliver more accurate short-term forecast of daily infections, but due to data limitations, they struggle to make long-term forecasts. Compartmental models are the best choice for modelling the measures implemented by the government for preventing the spread of COVID-19 and determining optimal level of restrictions. These models show that until achieving herd immunity (i.e. without any epidemiological or government implemented measures), approximate number of people infected with COVID-19 would be 3 million, but due to preventive measures, expected total number of infections has reduced to several thousand (1555-3189) people. This unequivocally indicates the effectiveness of the preventive measures.

KEYWORDS: CORONAVIRUS, FORECASTING, COMPARTMENTAL MODELS, RICHARDS MODEL, POLYNOMIAL MODEL, NEURAL NETWORK MODEL, BASIC REPRODUCTION NUMBER.

For citation: Ananiashvili, I., & Gaprindashvili, L., (2020). The Scale of the Spread of COVID -19 in Georgia and Effectiveness of Preventive Measures Implemented by the Government – What Do Models Say? *Globalization and Business*, 10. 49-57. <https://doi.org/10.35945/gb.2020.10.005>

JEL Classification: E01, C4

<https://doi.org/10.35945/gb.2020.10.005>

საქართველოში კორონავირუსის გავრცელების მასშტაბები და მთავრობის პრევენციული ღონისძიებების ეფექტიანობა – რას ამბობენ მოდელიები

იური ანანიაშვილი

ეკონომიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი,
საქართველოს ეკონომიკურ მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსი
ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, საქართველო
luri.ananiashvili@tsu.ge

ლევან გაფრინდაშვილი

ეკონომიკის მაგისტრი
levani.gafrindashvili@gmail.com

საკვანძო სიტყვები: კორონავირუსი, პროგნოზირება, განყოფილებიანი მოდელიები, რიჩარდის მოდელი, პოლინომიალური მოდელი, ნაირნაირი ქსელების მოდელი, რეკორდულქიის რიცხვი.

ციტირებისთვის: ანანიაშვილი ი. გაფრინდაშვილი ლ. (2020). საქართველოში კორონავირუსის გავრცელების მასშტაბები და მთავრობის პრევენციული ღონისძიებების ეფექტიანობა – რას ამბობენ მოდელიები. *გლობალიზაცია და ბიზნესი*, №10, გვ. 49-57. <https://doi.org/10.35945/gb.2020.10.005>

შესავალი

მსოფლიოს ისტორიაში იშვიათად მოიპოვება პანდემიის პრეცედენტები. სამწუხაროდ, ოცდამეერთე საუკუნის საზოგადოებას წილად ხვდა ამ მძიმე ტვირთის ზიდვა. ვირუსი, რომელიც თავდაპირვლად 2019 წლის დეკემბერში ჩინეთში წარმოიშვა, მალევე გასცდა „მშობლიური“ ქვეყნის საზღვრებს და მთელ მსოფლიოში შეუქცევადი სიჩქარით გავრცელდა. მდგომარეობას ართულებდა ვირუსის საწინააღმდეგო პრეპარატის არარსებობა და მისი გადაცემის სიმარტივე. დაავადებიდან გამოწვეული ზიანი თანაბარი სიმკაცრით აისახა ადამიანთა ჯანმრთელობასა და ეკონომიკაზე. პანდემიამ გლობალიზაციის სრულიად ახალი და კონტრასტული მოდელი შემოგვთავაზა ერთი მიზნის ირგვლივ იდუარად გაერთიანებული და ფიზიკურად მკაცრად იზოლირებული სახელმწიფოებისა და საზოგადოების სახით. შეჩერდა საერთაშორისო მიმოსვლა, შეიზღუდა ვაჭრობა, საზოგადოებრივი ტრანსპორტით სარგებლობა, საგანმანათლებლო დაწესებულებების საქმიანობა და სხვ., რამაც მკვეთრად გაზარდა უმუშევრობა და მნიშვნელოვანი ზიანი მიაყენა ეკონომიკას. მეცნიერების სხვადასხვა დარგი აქტიურად ჩაერთო „უჩინარი მტრის“ წინააღმდეგ ბრძოლაში.

მათ შორის აღმოჩნდნენ ეკონომისტები, ეკონომეტრიკოსები, სტატისტიკოსები და მონაცემთა მეცნიერები.

ცალკეული სამთავრობო თუ კომერციული ორგანიზაციებისათვის დიდი მნიშვნელობა შეიძინა პანდემიის გავრცელების პროგნოზირებამ, რომელიც შეიძლება საფუძველი გახდეს ე.წ. დაბრუნების გეგმის (roll back plan) შედგენისა და სახელმწიფოს მიერ განსახორციელებული ცალკეული ღონისძიებების ეფექტების შეფასებისა, ასევე შეზღუდვების სარგებლისა და დანაკარგების ოპტიმიზაციისათვის. დაავადების მოსალოდნელი მასშტაბის ცოდნა მნიშვნელოვანია სამედიცინო ეკიპირებისა და მედიკამენტების მარაგის ზომის განსაზღვრისათვის, საჭიროების შემთხვევაში კი ახალი სამედიცინო დაწესებულებების მშენებლობისათვის (როგორც ეს ჩინეთში განხორციელდა). შეკავების პოლიტიკის ალტერნატიული სცენარების მოდელირება საშუალებას იძლევა ერთმანეთს შეუდარდეს დანაკარგები და მოხდეს შეკავების ზომის სწორად განსაზღვრა. საკითხის აქტუალობაზე მეტყველებს ის ფაქტიც, რომ აღნიშნულ თემასთან დაკავშირებით, მონაცემთა ანალიზისა და პროგნოზირებისათვის განკუთვნილ ვებ-გვერდზე, „kaggle.com“-ზე, შეიქმნა არაერთი კონკურსი. სტატისტიკური პროგრამის, R-ის, გუნდმა სპეციალურად კორონავირუსისათვის განავი-

თარა რამდენიმე პაკეტი (Vaidyanathan, 2020) კორონავირუსის პროგნოზირებას მრავალი ნაშრომი მიუძღვნა www.medrxiv.org-ზე, რომელთა ნაწილის დასახელებები წარმოდგენილი სტატიის გამოყენებული ლიტერატურის ჩამონათვალშია მოყვანილი. მსოფლიოსა და, განსაკუთრებით, საქართველოს ეკონომიკაზე პანდემიის გავლენის ანალიზს საინტერესო მრავალი მაგიდა მიუძღვნა ჟურნალ „ეკონომიკა და ბიზნესის“ რედაქციამ (<http://eb.tsu.ge/?leng=ge>). შესაბამისი მოხსენებებით პრობლემის განხილვაში მონაწილეობდნენ ქართველი მეცნიერ-ეკონომისტები: მექვამიშვილი ე., პაპავა ვ., ლაღანიძე გ., კოვზანაძე ი., აბესაძე რ., ჯიბუტი მ., კაკულია მ., შენგელია თ., არჩვაძე ი., ჭარაია ვ., ბენაშვილი გ. (მასალები სრულად იხილეთ: მრგვალი მაგიდა „კორონომიკა“, ჟურნალი ეკონომიკა და ბიზნესი, 2020, №2).

მოცემულ სტატიაში მოკლედ არის აღწერილი ჩვენი კვლევის შედეგები, რომლებიც მათემატიკური, ეკონომეტრიკული და მანქანური სწავლების მოდელების საშუალებით მივიღეთ საქართველოში კორონავირუსის გავრცელების ტრაექტორიისა და მასშტაბების პროგნოზირებისას, ასევე სახელმწიფოს (მთავრობა და სამედიცინო სფეროს ექსპერტები) მიერ განხორციელებული შეკავების ღონისძიებების ეფექტიანობის შეფასებისას. კვლევის პროცესში გამოვიყენეთ განყოფილებიანი მოდელები, S ფორმის მოდელები, პოლინომიალური მოდელი მოდიფიცირებული არქიტექტურით და მოკლე მასშტაბის გრძელი მოდელი. მრავალფეროვანი მოდელების განხილვამ საშუალება მოგვცა, საკმაოდ სრული სურათი შეგვექმნა პანდემიის საფრთხესთან დაკავშირებით.

**განყოფილებიანი მოდელები –
პრევენციული ღონისძიებების ანალიზი**

ინფექციური დაავადებების მოდელირებისათვის ხშირად გამოიყენება ე.წ. განყოფილებიანი მოდელები, რომელთა ყველაზე მარტივი წარმომადგენელია SIR მოდელი (მაგალითად, Smith, & Moore, 2004; Harko, T., & al., e. 2014; Wilding, 2020; Tiwari, Kumar, & al., e. 2020; Rahman, Ahmed, & al., e. 2020; Chen, Lu, & al., e. 2020; Osthus, Hickmann, K., & al., e. 2017; Roda W., et al., 2020; Wang, Zhou, & al., e. 2020 და სხვ.). მასში მოსახლეობა დაყოფილია სამ კვლევად: S -ინფიცირების რისკის ქვეშ მყოფნი, I -ინფიცირებულნი და R -ამოღებული (**Removed**), რაც არის გამოჯანმრთელებულთა და გარდაცვლილთა ჯამი. თითოეულ კვლევაში შემავალ ყოველ ინდივიდს აქვს ერთი და იგივე მახასიათებელი. კვლევებს შორის მოძრაობა აღიწერება შემდეგი სახის დიფერენციალური განტოლებებით:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}; \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I; \tag{2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I. \tag{1}$$

დაშვების მიხედვით, მოსახლეობის რაოდენობა N უცვლელია, რაც გულისხმობს:

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} = 0. \tag{2}$$

პირველი დიფერენციალური განტოლება, სადაც S -ისა და I -ის ნამრავლი გამოსახავს რისკის ქვეშ მყოფთა და ინფიცირებულთა ყველა შესაძლო კონტაქტების რიცხვს, აღწერს ინფიცირების რისკის ქვეშ მყოფი პოპულაციის ცვლილებას დროში. ცვლილება არადადებითია და ნიშნავს, რომ S კატეგორიაში მყოფი მოსახლეობის რიცხოვნობა მონოტონურად მცირდება. მეორე დიფერენციალური განტოლება შეესაბამება ინფიცირებულთა რაოდენობის დროში ცვლილებას. ინფიცირებულთა რიცხოვნობის ზრდის წყაროს წარმოადგენს S კატეგორიაში მყოფი მოსახლეობა, ხოლო შემცირება ხდება გამოჯანმრთელებულთა ან გარდაცვლილთა საშუალებით. მესამე დიფერენციალური განტოლება აღწერს გარდაცვლილთა და გამოჯანმრთელებულთა რიცხვის დროში ცვლილებას, რომელიც დამოკიდებულია ინფიცირებულთა რაოდენობასა და გამოჯანმრთელებისათვის საჭირო საშუალო დროზე. (1)-(3)-ში შემავალი β და γ კონკრეტული შინაარსის პარამეტრებია. კერძოდ, β აღნიშნავს დროის ერთეულში ინდივიდის კონტაქტების საშუალო რაოდენობისა და ინფიცირებულთან კონტაქტის შემთხვევაში დაავადების გადაცემის ალბათობის ნამრავლს; γ არის I -დან და R -ში გადასვლის კოეფიციენტი.

განყოფილებიანი მოდელები გამოიყენება დაავადების გავრცელების სხვადასხვა მახასიათებლის პროგნოზირებისთვის, როგორცაა, მაგალითად, ინფიცირებულთა მთლიანი რაოდენობა დაავადების დასრულებისას, ეპიდემიის ხანგრძლივობა, პიკის მომენტი და სხვ. მოდელს საყურადღებო შეზღუდვა გააჩნია: იგი არ ითვალისწინებს შეკავების ღონისძიებების ეფექტს და ეპიდემიის შეჩერების ერთადერთ მიზეზად მიიჩნევს ჯოგური იმუნიტეტის (herd immunity) გამომუშავებას. აღნიშნულის გამო, მისი საშუალებით განხორციელებული პროგნოზი ხშირად რეალობისგან მნიშვნელოვნად არის დაშორებული. ამ შეზღუდვის დაძლევა ხდება გაფართოებული SIR (ანუ ESIR) მოდელით (მაგალითად, Wang, Zhou, & al., e. 2020; Hamzah, Lau, & al., e. 2020). მისი საშუალებით შეგვიძლია ex-ante-ედ განვახორციელოთ შეკავების ღონისძიებების სიმულაცია, განვსაზღვროთ, რა გავლენას მოახდენს პრევენციული ღონისძიებების სხვადასხვა სცენარი ეპიდემიის მასშტაბზე, რამდენად ეფექტური იქნება გატარებული ღონისძიება, როდისაა ოპტიმალური ამა თუ იმ ღონისძიების (მაგალითად, კარანტინის) დაწყება,

ცხრილი 1: განყოფილებიანი მოდელების პროგნოზი ორი თვის მონაცემებით

	SIR	ESIR №1	ESIR №2
ჯამური ინფიცირება	2 854 339	1 555	3 189
ეპიდემიის დასრულების დრო	01/2021	22/06/2020	15/07/2020
პიკის წერტილი	27/07/2020	15/04/2020	16/04/2020
RMSE	5 976	N/A	N/A

წყარო: ავტორების გაანგარიშება

რა არის ოპტიმალური ხანგრძლივობა და ა.შ. მოდელის გაფართოება შესაძლებელია როგორც კარანტინის რეჟიმის დამატებით, ასევე ვირუსის გადაცემა-მის კოეფიციენტის ცვლილებით (რაც გამოწვეულია პირბადეების ხმარების შემოღებით, ჰიგიენის წესების დაცვით, სადემინფექციო საშუალებების გამოყენებით და ა.შ.).

პრევენციული ღონისძიებების შეფასებისათვის ავარგეთ SIR და ESIR მოდელები და ერთმანეთს შევადარეთ მიღებული პროგნოზები. მოდელები აიგო სხვადასხვა ჰორიზონტის მონაცემებზე დაყრდნობით. ვინაიდან პროგნოზირებას განსაკუთრებული ღირებულება ეპიდემიის საწყის ეტაპზე აქვს, ორივე მოდელი ავარგეთ საწყისი ორი თვის მონაცემზე დაყრდნობით და ძირითადი დასკვნები მათი საშუალებით გავაკეთეთ. გარდა ამისა, მოდელების რობასტულობის შესამოწმებლად შედეგების რეკალკულაცია მოვახდინეთ ოთხი თვის მონაცემების გამოყენებით. მოდელის სიზუსტის გასაზომად გამოყენებულია საშუალო კვადრატული შეცდომიდან ფესვის მნიშვნელობა (RMSE), რაც გვიჩვენებს საშუალო ყოველდღიურ განსხვავებას პროგნოზირებულ და რეალურ ინფიცირებას შორის. ორი თვის მონაცემებით გაკეთებული პროგნოზის შედეგები წარმოდგენილია ცხრილი-1-ში.

მიღებული შედეგები საკმაოდ საინტერესო დასკვნის გაკეთების საშუალებას იძლევა. კერძოდ, SIR მოდელი გვიჩვენებს, რომ ყოველგვარი პრევენციული ღონისძიებების გარეშე მოსახლეობის თითქმის 83% დაინფიცირდებოდა. პროგნოზი რეალობისგან შორსაა, რამაც მეტყველებს შეცდომის (RMSE-ს) მნიშვნელობაც. ცხრილ 1-ის ბოლო ორ სვეტში ნაჩვენებია პრევენციული ღონისძიებებით გაფართოებული SIR მოდელების შედეგები. მოდელში მათი ასახვა ხდება ვირუსის გადაცემის β კოეფიციენტის ცვლილებით. ESIR №1-ის შემთხვევაში სახელმწიფოში აკრძალვები უწყვეტად მკაცრდება, მცირე ინტენსივობით. უწყვეტი გამკაცრების მოდელირებისათვის შეირჩა ექსპონენციალური ფუნქცია, 0,025-ის ტოლი ლამბდა კოეფიციენტით, რაც ფაქტობრივად ნიშნავს იმას, რომ β კოეფიციენტის მნიშვნელობა ეპიდემიის დაწყებიდან ერთ თვეში საწყის დონესთან შედარებით 50%-ით შემცირდება. გაფართოებული ESIR №2 მოდელის მიხედვით კი ღონისძიებებს პერიოდული ხასიათი აქვს, თუმცა უფრო მკაცრია. ამ შემთხვევაში ღონისძიებების გატარების მომენტებად შეირჩა პრეზიდენტის დეკრეტის

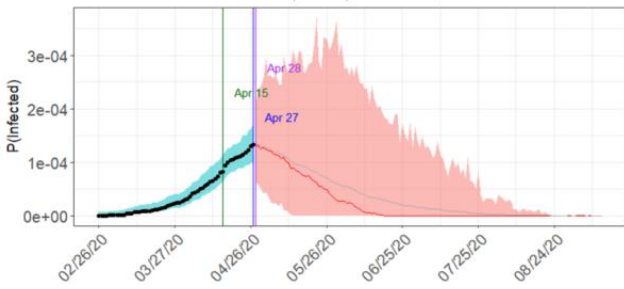
გამოცემისა და ქალაქების ჩაკეტვის თარიღები. ხოლო გადაცემის β კოეფიციენტი, საბოლოო ჯამში, 80%-ით შემცირდა. ESIR მოდელების პროგნოზები საკმაოდ ახლოს დგას რეალობასთან. პროგნოზირებულ პერიოდში ეპიდემია დასრულდებოდა რომ არა იმპორტირებული შემთხვევები. ეს უკანასკნელი კი მოდელში გათვალისწინებული არ არის. ESIR მოდელების მიხედვით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ გატარებული ღონისძიებები საკმაოდ ეფექტური აღმოჩნდა ვირუსთან საბრძოლველად.

განხილულ ESIR მოდელებს, უპირატესობებთან ერთად, გარკვეული შეზღუდვები გააჩნია, რაც დაკავშირებულია გატარებული ღონისძიებების ზუსტი ეფექტის შეფასებასთან. მოდელირებისას გადაცემის კოეფიციენტის შემცირების ზომა შეფასდა ჩვენს მიერ, ექსპერტულად და არა მონაცემების საშუალებით. შესაბამისად, ასეთი შეფასება უმრავლეს შემთხვევაში სუბიექტური და გადაადგილებულია. თუმცა ეს არც თუ ისე დიდი პრობლემაა, როდესაც პოლიტიკის დაგეგმვაში ჩართულნი არიან ეპიდემიოლოგები, რომელთაც საკმარისი სიზუსტით შეუძლიათ ამ ეფექტის განსაზღვრა და შეფასების გადაადგილების მინიმიზაცია.

მდგრადობის ანალიზისთვის მოდელები გადავითვალოთ ოთხი თვის მონაცემებზე. მიუხედავად იმისა, რომ SIR მოდელი არ ითვალისწინებს პრევენციულ ღონისძიებებს, მათი ეფექტი ირიბად, მონაცემების გავლით, აისახა შედეგებზე. კერძოდ, ახალი პროგნოზის მიხედვით ჯამური ინფიცირება 707 555-მდე შემცირდება, პიკი 7 სექტემბერს დაფიქსირდება, ხოლო ეპიდემია დასრულდება 2021 წლის 17 მარტს. 4 თვის მონაცემებზე გაფართოებული მოდელით გადათვლა ღირებულ ინფორმაციას აღარ მოგვცემს, რადგან შეზღუდვების მნიშვნელოვანი ნაწილი მოიხსნა, რაც ESIR მოდელს SIR მოდელთან ძლიერ აახლოვებს (იხილეთ დიაგრამა 1).

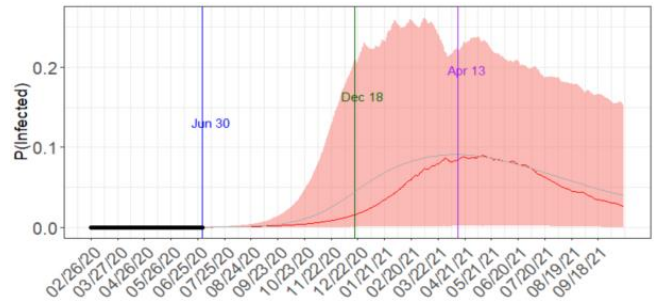
დიაგრამა 1ა-ზე მოცემულია 2 თვის მონაცემებზე აგებული ESIR მოდელი, მარცხენა მწვანე ვერტიკალური ხაზით აღნიშნულია პიკის წერტილი (Apr 15), მარჯვენა იასამნისფერით მაქსიმალური წმინდა ინფიცირების (ინფიცირებულებს მინუს გამოჯანმრთელებული) თარიღი (Apr 28), ხოლო ლურჯი ვერტიკალური ხაზით უკანასკნელი დაკვირვების თარიღი (Apr 27). დიაგრამა 1ბ-ზე გამოსახულია ოთხი თვის მონაცემებზე აგებული ESIR მოდელი, სადაც გათვა-

დიაგრამა 1ა: ESIR ორი თვის მონაცემებით



წყარო: ავტორების განგარიშება

დიაგრამა 1ბ: ESIR ოთხი თვის მონაცემებით



ლისწინებულაა შეზღუდვების მოხსნა (იმაზე უფრო მეტად, ვიდრე რეალობაში მოხდა). დიაგრამიდან ჩანს, რომ შეზღუდვების მოხსნის შემთხვევაში ეპიდემიის მასშტაბი კვლავ საგანგაშო ნიშნულს მიუახლოვდება. ეს ყოველივე შემდეგი დასკვნის გაკეთების საშუალებას იძლევა: შეზღუდვების სრული მოხსნა (მათ შორის დისტანცირებისა და პირბადის გამოყენების) დასაშვებია მხოლოდ მაშინ, როდესაც ინფიცირება განულდება ან სრულ კონტროლს დაექვემდებარება (რაც ნიშნავს, რომ აღარ იარსებებს ან მინიმუმამდე შემცირდება არაიდენტიფიცირებულ ინფიცირებულთა რიცხვი). მოცემულ ეტაპზე არსებული შეზღუდვები ეფექტიანია და მისი კიდევ უფრო გამართივება შესაძლოა აღმოჩნდეს სასიფათო, ვიდრე ვაქცინა არ შეიქმნება. თუმცა არის კიდევ ერთი გარემოება, რაც დიაგრამა 1ბ-ზე მოცემული ნაკლებად მოსალოდნელი შედეგების ახსნის საშუალებას იძლევა: მოდელში მოსახლეობის დამოკიდებულებისა და შინაგანი განწყობის ცვლილების გათვალისწინება არ ხდება, რეალურად კი საზოგადოება შეზღუდვების მოხსნის შემდეგაც კი ინარჩუნებს გონივრულ სიფრთხილეს, რაც მკვეთრად ამცირებს ინფექციის გადაცემის ალბათობას. ამ გარემოების გათვალისწინებლობამ განაპირობა სწორედ დიაგრამა 1ბ-ზე ზედმეტად პესიმისტური პროგნოზის არსებობა.

ბოლოს, ავღნიშნავთ, რომ არსებობს განყოფილებიანი მოდელების უფრო რთული ვარიანტები, როგორცაა, მაგალითად, SEIR და SEIRS მოდელები, რომლებიც ითვალისწინებენ იდენტიფიცირებულ კონტაქტებს და პოტენციურ ინფიცირებულებს. როდამ და სხვ. (Roda, & al., e. 2020) აჩვენებს, რომ მონაცემების შეზღუდულობის გამო, მარტივი მოდელები უფრო კარგად პროგნოზირებენ კორონავირუსის გავრცელებას, ვიდრე რთული მოდელები. ეს აქტუალური შეზღუდვაა საქართველოსთვისაც, ამიტომ ჩვენ არამიზანშეწონილად მივიჩნიეთ SEIR და SEIRS მოდელების გამოყენება.

რიჩარდის მრუდი (S ფორმის მოდელები)

გადამდები ეპიდემიის მოდელირებისას ასევე ხშირად იყენებენ S ფორმის მრუდებს. აღნიშნული ტიპის მრუდები

აღწერენ პროცესებს, რომელიც საწყის ეტაპზე ექსპონენციალურად იზრდება, ხოლო გარკვეული დროის შემდეგ, როდესაც პროცესი მიაღწევს პიკს, ზრდის ტემპი მცირდება. პიკის წერტილში მრუდი გადაიღუნება და პროცესი კლებას იწყებს. S ფორმის მრუდების სახეებია: ლოგისტიკური მრუდი, ვერპულსტ-პირლის განტოლება, პირლის მრუდი, ზრდის მრუდი, რიჩარდის ზრდის მოდელი, გომპერცის მრუდი, სიგმოიდური მრუდი და ა.შ. (Goshu, Koya, (2013; Tsoularis & Wallace, 2002; Hsieh, 2009; Mazurek, & Nenickova, 2020; Tjorve & Tjorve, 2017). მოდელის (მრუდის) შერჩევა რამდენიმე ფაქტორზეა დამოკიდებული, მათ შორის მონაცემთა რაოდენობაზე. პროგნოზირებისათვის ჩვენ გამოვიყენეთ სამი მრუდი - განზოგადებული ლოგისტიკური მოდელი, გომპერცის მრუდი, რიჩარდის მრუდი. განზოგადებულმა ლოგისტიკურმა მოდელმა ყველაზე ოპტიმისტური პროგნოზი მოგვცა. ეს მოსალოდნელიც იყო იმ ფაქტის გათვალისწინებით, რომ აღნიშნული მოდელით მიღებული პროგნოზები მიიჩნევა პროცესის ქვედა ზღვრად. შედეგებიდან გამომდინარე, გომპერცისა და რიჩარდის მრუდებს შორის არჩევანი შევაჩერეთ უკანასკნელზე. მისი ერთ-ერთი უპირატესობა არის ის, რომ არ აქვს პიკის წერტილის მიმართ სიმეტრიულობის დაშვება. აღნიშნული მოდელი არაერთმა მკვლევარმა გამოიყენა COVID 19-ის პროგნოზირებისათვის (მაგალითად, Wu, Darcet, & al., e. 2020; Masjedi, Rabajante, & al., e. 2020).

განზოგადებული რიჩარდის მოდელი განისაზღვრება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებით (Wu, Darcet, & al., e. 2020):

$$\frac{dC(t)}{dt} = r[C(t)]^p \left(1 - \left(\frac{C(t)}{K}\right)^a\right), \tag{1}$$

სადაც $C(t)$ აღნიშნავს ინფიცირებულთა კუმულატიურ რიცხვს t დროისთვის, r არის ზრდის ტემპი ადრეულ ეტაპზე და K არის ინფიცირებულთა ჯამური რაოდენობა ეპიდემიის დასრულებისას, ხოლო $p \in [0,1]$ პარამეტრია, რომელიც ზრდის სხვადასხვა ფორმის მოდელირების შესაძლებლო-

ცხრილი 2: პროგნოზი რიჩარდის მოდელით

	რიჩარდის მოდელი №1	რიჩარდის მოდელი №2
ჯამური ინფიცირება	1317	1975
ეპიდემიის დასრულების დრო	27 სექტემბერი	9 სექტემბერი
RMSE	8.41	6.25

წყარო: ავტორების გაანგარიშება

ბას იძლევა. უმცირესი კვადრატების არაწრფივი ამოცანის ოპტიმიზაციისათვის გამოყენებულია სტანდარტული ლევენ-ბერგ-მარკარდის ალგორითმი. მოდელის მდგრადობის ანალიზისთვის ავაგეთ ორი ვარიანტი: ორთვიან (№1) და ოთხთვიან (№2) მონაცემებზე დაყრდნობით. შედეგები მოცემულია ცხრილი. 2-ში.

ეს შედეგები ცხადყოფენ, რომ მოდელით პროგნოზირებული მაჩვენებლები საკმაოდ ახლოს არის რეალობასთან. ამავდროულად, მოდელი მდგრადია როგორც დასრულების დროის, ასევე ეპიდემიის მასშტაბის პროგნოზირებაში. ნიშანდობლივია კიდევ ერთი გარემოება: რიჩარდის და, ზოგადად, S ფორმის მრუდები ორიენტირებული არ არიან დღიური ინფიცირების სწორად პროგნოზირებაზე. ისინი ცდილობენ განსაზღვრონ პროცესის ბრდის ტრაექტორია საშუალო ტრენდის მიხედვით. საქართველოში დღიური ინფიცირების ფაქტობრივი მაჩვენებლები დიდი ამპლიტუდით ირხეოდნენ საშუალოს ირგვლივ, რამაც გამოიწვია შეცდომის (RMSE) შედარებით მაღალი მნიშვნელობა, თუმცა მნიშვნელოვანი თარიღების პროგნოზირება დამაკმაყოფილებელი სიზუსტით გაკეთდა.

პოლინომიალური მოდელი ეპიდემიის ზოგადი ტრენდის გათვალისწინებით

კორონავირუსის გავრცელების პატერნი, რიგი გარემოებების გამო (პრეპარატის არარსებობა, ტემპერატურის მიმართ ვირუსის მედეგობა და სხვ.), განსხვავებული ქვეყნებისთვის ძირითადად მსგავსია. კერძოდ, პიკი მიიღწევა დაახლოებით 7-9 კვირაში და შემდეგ იწყება ინფიცირების ბრდის ტემპის შენელება. რადგან საქართველოში ვირუსი შედარებით გვიან გავრცელდა, ზემოაღნიშნული გარემოებების გათვალისწინებით, შესაძლებლად მივიჩნიეთ, სხვა ქვეყნებში ეპიდემიის გავცელების ტრენდი გამოგვეყენებინა პროგნოზირებისათვის. გარდა ამისა, უპრიანი იყო, რომ ქვეყნების კლასტერიზაცია მოგვეხდინა გარკვეული მახასიათებლის მიხედვით და საპროგნოზოდ გამოგვეყენებინა იმ ქვეყნების მონაცემები, რომლებიც საქართველოსთან ერთად მოხვდებოდნენ კლასტერში. დაჯგუფება განხორციელდა მედიოდეების ირგვლივ დაყოფის (Filaire, 2018) ალგორითმის საშუალებით, შემდეგი მახასიათებლების მიხედვით: ორი თვის განმავლობაში ეპიდემიის ბრდის ტემპის საშუალო და მედიანა, მოსახლეობის რაოდენობა, ქვეყნის ფართობი,

მოსახლეობის სიმჭიდროვე, მოსახლეობის რაოდენობა უდიდეს ქალაქში, სამამულო პროდუქტი მოსახლეობის ერთ სულზე, მოსალოდნელი სიცოცხლის ხანგრძლივობა, რეგიონი, ქვეყნის სტატუსი შემოსავლების მიხედვით.

საპროგნოზო მოდელის აგების პრინციპი შემდეგია: კლასტერინგით შერჩეული ქვეყნები დალაგდა ეპიდემიის „ასაკის“ (პირველი ინფიცირებიდან გასული დღეები) მიხედვით. შემდეგ, თითოეული „ასაკისათვის“ გამოითვალა ქვეყნების მიხედვით ეპიდემიის ბრდის ტემპის საშუალო და მედიანა. ყოველდღიური ინფიცირების რაოდენობა დარეგრესდა „ასაკის“ მეორე რიგის პოლინომზე, მიღებულ საშუალოსა და მედიანაზე. მოდელი კარგად მოერგო მონაცემებს ($R^2 = 0.98$) და მომავალი 47 დღის საპროგნოზო ჰორიზონტზე მოგვცა დამაკმაყოფილებელი სიზუსტის პროგნოზი (საშუალო აბსოლიტური შეცდომა, $MAE=7.9$). თუმცა უნდა აღინიშნოს, რომ ჩვენ მიერ შემოთავაზებული ცვლადები სტატისტიკურად არამნიშვნელოვანია და ნიშნებიც არალოგიკურია, რაც იმის დადასტურებაა, რომ საქართველოში ეპიდემიის გავრცელების ტრაექტორია სხვა ქვეყნებისგან ძლიერ განსხვავდება (მაგალითად, Ahmadi, Fadaei, & al., e. 2020). აღნიშნული მოდელი აიგო ორი თვის მონაცემებზე დაყრდნობით და, მიღებული შედეგების გამო, მისი ვადათვლა ოთხი თვის მონაცემებზე აღარ განხორციელდა.

ნეირონული ქსელების მოდელი

უკანასკნელ პერიოდში ფართო სპექტრის ამოცანების გადაწყვეტაში აქტიურად გამოიყენება ხელოვნური ნეირონული ქსელების ალგორითმი (Alto, (2019). ხელოვნურ ნეირონულ ქსელებს გააჩნიათ თავის ტვინის ანალოგიური თვისებები, როგორცაა დასწავლა გამოცდილების გათვალისწინებით, რომელიც დაფუძნებულია ადრე მიღებულ ცოდნაზე, აბსტრაქტული დასკვნების გაკეთების უნარი, შეცდომებისა და საკუთარ შეცდომებზე დასწავლის უნარი (კახიანი, 2004). აპროქ-სიმირების უნივერსალური თეორიის მიხედვით კომპლექსურ ნეირონული ქსელების მოდელებს შეუძლიათ საკმარისი სიზუსტით მიუახლოვდნენ ნებისმიერი სახის ფუნქციას (Lu & Lu, 2020). თუმცა ამისთვის საჭიროა დიდი რაოდენობის მონაცემები, რაც ჩვენს შემთხვევაში შეზღუდვას წარმოადგენს. მიუხედავად ამ შეზღუდვისა, რამდენიმე მკვლევარის (Tamang, & al., e. 2020) ანალოგიურად, ნეირონული ქსელების გამოყენებით ჩვენც განვა-

ხორციელეთ პროგნოზირება. ზემოთ განხილული სხვა მოდელებისგან განსხვავებით, ამ შემთხვევაში ფოკუსირება გავაკეთეთ დღიური ინფიცირების სწორ პროგნოზზე, მოკლე პერიოდებზე (10 დღის ხანგრძლივობით). მოდელირებისათვის შეირჩა მოკლევადიანი მასსოვრობის გრძელი მოდელი (LSTM) (Srivastava, 2017). აღნიშნული მოდელი კარგად უმკლავდება დროითი მწკრივის მონაცემების პროგნოზირებას და ფართოდ გამოიყენება აქციების ფასების თუ სხვა მსგავსი ამოცანების პროგნოზირებისთვის (Zou & Qu, 2020; Moghar, & Hamighe, 2020; 48–53). მოდელს შემდეგი არქიტექტურა ჰქონდა: საწვრთნელად გამოიყენებულ იქნა 130 დღის მონაცემები, მოდელში შედიოდა 30 დღის მონაცემები და გამოდიოდა მომავალი 10 დღის პროგნოზი. სატესტოდ გამოვიყენეთ 27 ივნისიდან 27 ივლისამდე მონაცემები, რომლის საშუალებითაც განხორციელდა მომავალი 10 დღის პროგნოზი. აღნიშნულმა მოდელმა ყველაზე ზუსტი პროგნოზი მოგვცა (RMSE=5.66), თუმცა ეს სიმუსტე ნაწილობრივ განაპირობა მოკლე საპროგნოზო პერიოდებმა.

რეპროდუქციის რიცხვი

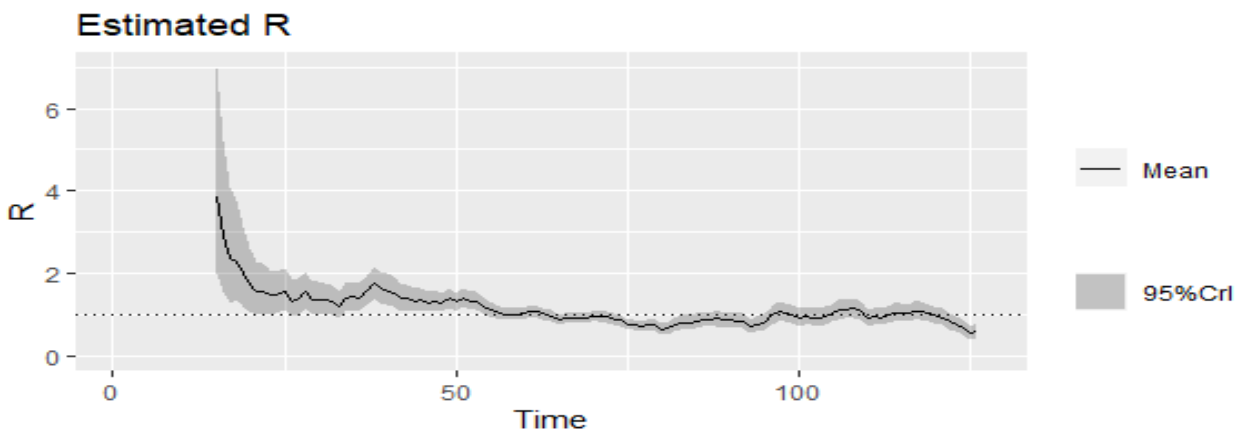
ეპიდემიის გავრცელების პროგნოზირებისათვის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი პარამეტრია რეპროდუქციის რიცხვი, რომლის საშუალებითაც შეგვიძლია განვსაზღვროთ ეპიდემიის ტრაექტორია (ზრდა/კლება) და მისი სიმწვავე. რეპროდუქციის რიცხვი გვიჩვენებს საშუალოდ რამდენ ადამიანს აინფიცირებს ერთი ინფიცირებული და აღინიშნება R_0 -ით. თუ $R_0 > 1$ ეპიდემია ექსპონენციალურად იზრდება, $R_0 < 1$ - ეპიდემია კლებულობს, $R_0 = 1$ - ეპიდემიის ზრდა მუდმივია. განასხვავებენ ორი ტიპის რეპროდუქციის რიცხვს: 1) საბაზისო რეპროდუქციის რიცხვი, R_0 , არ ითვალისწინებს გადადების ალბათობის ცვლილებას და მუდმივია ეპიდემიის მთლიანი სასიცოცხლო ციკლის განმავლობაში; 2) ეფექტური რეპროდუქციის რიცხვი, R_e , კი დროში ცვალებადია და უფრო

კარგად ახასიათებს ეპიდემიის დინამიკას. რეპროდუქციის რიცხვის გამოსათვლელად საჭიროა ვირუსის სერიული ინტერვალის განაწილების ცოდნა (Baum, 2020; Du, Xu, & al., e. 2020). ვინაიდან არსებული მონაცემების პირობებში მისი შეფასების საშუალება არ გვქონდა, ვიხელმძღვანელებთ ჩინეთში ჰაროში ნიშიურასა და სხვ. (Nashiura & al., e. 2020) მიერ მიღებული პარამეტრებით: საშუალო – 4.7, სტანდარტული გადახრა – 2.22, რომელიც ახლოს არის ჯანდაცვის მსოფლიო ორგანიზაციის შეფასებასთან (Hamidouche, 2020).

კორონავირუსის R_0 -ის შესაფასებლად მრავალი კვლევა ჩატარდა სხვადასხვა ქვეყანაში (Vaidyanathan, 2020; Soetewey, 2020; Ellis, 2020; Caicedo-Ochao & al., e. 2020; Zhuang, Zhao, & al., e. 2020 და სხვ.). შედეგების სპექტრი საკმაოდ ფართო და არაერთგვაროვანი იყო, რაც განაპირობა, ერთი მხრივ, კვლევის მეთოდების არაერთგვაროვნებამ, მეორე მხრივ, მონაცემების სტრუქტურაში არსებულმა განსხვავებამ. ჩვენ ოთხი თვის მონაცემების გამოყენებით, მაქსიმალური დასაჯერებლობის მეთოდით, შევაფასეთ საბაზისო რეპროდუქციის რიცხვის მნიშვნელობა. გამოვიყენეთ 1000 შერჩევის მქონე ბუტსტრეფ (bootstrap) სიმულაცია და მივიღეთ, რომ R_0 -ის მნიშვნელობა საშუალოდ შეადგენდა 0.9874-ს. საბაზისო რეპროდუქციის რიცხვის ნაკლის გამო, იგივე მონაცემებით შევაფასეთ ეფექტური რეპროდუქციის რიცხვი ორკვირიანი ფანჯრით, რაც ნიშნავს, რომ R_e -ის ყოველი ახალი მნიშვნელობა გამოითვლება წინა 14 დღის მონაცემებზე დაყრდნობით. მიღებული შედეგი წარმოდგენილია დიაგრამა 2-ზე, საიდანაც ჩანს რომ ორი თვის შემდეგ R_e -ის მნიშვნელობა 1-ს ჩამოცდა, ანუ ეპიდემიამ კლება იწყო.

დიაგრამიდან ასევე ჩანს, რომ საბაზისო რეპროდუქციის რიცხვი დიდ ვარიაციას განიცდის. ეს განპირობებულია ყოველდღიური ინფიცირების რაოდენობის სიმცირით, რაც მცირე აბსოლიტური ცვლილების დროსაც იწვევს დიდ პროცენტულ ცვლილებებს და, შესაბამისად, იწვევს

დიაგრამა 2: ეფექტური რეპროდუქციის რიცხვი



წყარო: ავტორების განგარიშება

R_e -ის მნიშვნელოვან ვარიაციას. აღნიშნულის გამო, იგი საქართველოს შემთხვევაში ვერ გამოდგება ეპიდემიის ტრაექტორიის კარგ ინდიკატორად, განსხვავებით სხვა ქვეყნებისაგან, სადაც ინფიცირების აბსოლიტური მაჩვენებელი დიდია.

დასკვნა

კორონავირუსის გავრცელების პროგნოზირება საკმაოდ რთული ამოცანაა მონაცემთა შეზღუდულობისა თუ ვირუსის ბუნებიდან გამომდინარე, რაც არაერთი მკვლევარის მიერ აღინიშნა (Roda, & al., 2020). მიუხედავად ამისა, ჩვენ საკმაოდ წარმატებით შევძელით, გარკვეული სურათი შეგვექმნა ეპიდემიის გავრცელების მოსალოდნელ ტრენდზე, ტრაექტორიისა და მასშტაბებზე. მიღებული შედეგების მიხედვით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ფენომენოლოგიურმა მოდელებმა (S ფორმის მრუდებმა), საკმაოდ კარგად გაართვეს თავი ზემოაღნიშნული მნიშვნელოვანი თარიღებისა და მასშტაბის პროგნოზირებას. მიღებული ციფრები საკმაოდ ახლოს იყო რეალურ შედეგებთან, თუ არ გავითვალისწინებთ იმპორტირებულ შემთხვევებს. გარდა ამისა, ეს მოდელები ხასიათდებოდნენ დროში მდგრადობით. დღიური ინფიცირების პროგნოზირებაში საუკეთესო შედეგი აჩვენა მანქანური სწავლების ალგორითმმა, LSTM-მა,

თუმცა მოდელის სპეციფიკიდან გამომდინარე, პროგნოზი მხოლოდ ათდიან მონაკვეთზე იქნა განხორციელებული და შესაბამისად, მისი შედეგის შედარება სხვა მოდელებთან რელევანტური არ იქნება. უფრო ხანგრძლივ პერიოდზე დამაკმაყოფილებელი შედეგი იქნა მიღებული ჩვენს მიერ შემოთავაზებული პოლინომიალური მოდელის საშუალებით.

სახელმწიფოს მიერ გატარებული პრევენციული ღონისძიებების შესაფასებლად გამოყენებულ იქნა SIR მოდელი და გაფართოებული SIR მოდელი. პირველ მოდელში პროგნოზი განხორციელდა სახელმწიფოს მიერ ჩარევების გაუთვალისწინებლად, ხოლო გაფართოებულ SIR მოდელში ჩართული იყო შეკავების ღონისძიებების ეფექტი. ოთხი თვის მონაცემებზე აგებულმა მოდელმა აჩვენა, რომ შეკავების ღონისძიებების გარეშე ინფიცირებულთა რაოდენობა მილიონს მიაღწევდა, ხოლო გატარებული ღონისძიებების შედეგად ინფიცირებულთა რაოდენობა რამდენიმე ათასამდე შემცირდა. შესაბამისად, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მთავრობის რეაქცია შედეგიანი აღმოჩნდა. გარდა ამისა, ESIR მოდელით ერთმანეთს შევადარეთ გატარებული ღონისძიებების ეფექტიანობა. როგორც აღმოჩნდა, ეპიდემიასთან ბრძოლის საუკეთესო გზა არის შეკავების ღონისძიებების ნელი და უწყვეტი გამკაცრება. მყისიერი და მკაცრი ქმედებები იწვევენ საზოგადოების გაღიზიანებასა და შესაძლოა მიგვიყვანოს საპირისპირო შედეგამდე.

ლიტერატურა/REFERENCES

Ahmadi, A., Fadaei, Y., & al., e. (2020). Modeling and Forecasting Trend of COVID-19 Epidemic in Iran until May 13, 2020. *Medical Journal of the Islamic Republic of Iran*. 2020, 34:27. Available at: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7320984/>

Alto, V. (2019). *Neural Networks: parameters, hyperparameters and optimization strategies*. Available at: <https://towardsdatascience.com/neural-networks-parameters-hyperparameters-and-optimization-strategies-3f0842fac0a5>

Baum, S. (2020). *Serial Interval of COVID-19*. Available at: <https://www.jwatch.org/na51171/2020/03/27/serial-interval-covid-19>

Caicedo-Ochao, Y., & al., e. (2020). Effective Reproductive Number estimation for initial stage of COVID-19 pandemic in Latin American Count. *International Journal of Infectious Diseases* 95 (2020). 316-318.

Chen, Y.-C., Lu, P.-E., & al., e. (2020). *A Time-dependent SIR model for COVID-19 with Undetectable Infected Persons*. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/339642417>

Du, Z., Xu, X., & al., e. (2020). serial Interval of COVID-19 among Publicly Reported Confirmed Cases. *Emerg Infect Dis*. 2020;26(6):1341-1343. doi:10.3201/eid2606.200357

Ellis, P. (2020). *Test positivity rates and actual incidence and growth of diseases*. Available at: <http://freerangestats.info/blog/2020/05/09/covid-population-incidence>.

Filaire, T. (2018). *Clustering on mixed type data*. Available at: <https://towardsdatascience.com/clustering-on-mixed-type-data-8bbd0a2569c3>

Goshu, A.T. and Koya, P.R. (2013) Derivation of Inflection Points of Nonlinear Regression Curves—Implications to Statistics. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 2, 268-272. Available at: <http://dx.doi.org/10.11648/j.ajtas.20130206.25>

Hamidouche, M. (2020). *COVID-19 outbreak in Algeria: A mathematical Model to predict cumulative cases*. Available at: <https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.03.20.20039891v2>

Hamzah, F. A., Lau, C. H., & al., e. (2020). *CoronaTracker: World-wide COVID-19 Outbreak Data Analysis and Prediction*. Available at: https://www.who.int/bulletin/online_first/20-255695.pdf

Harko, T., & al., e. (2014). Exact analytical solutions of the Susceptible-Infected-Recovered (SIR) epidemic model and of the SIR

- model with equal death and birth rates. *Applied Mathematics and Computation* 236(2014):184-194.
- Hsieh, Y.-H. (2009). Richards Model: A Simple Procedure for Real-time Prediction of Outbreak Severity. In *Modeling and dynamics of infectious diseases*, pages 216–236. World Scientific.
- Kakhiani, G. (2004). *Creating adaptive forecasting algorithms using artificial neural networks. (Prognozirebis adapturi algoritmebis sheqmna khelovnuri qselebis gamoyenebit)*. (In Georgian). Available at: <https://www.google.com/search?source=univ&tbm=isch&q=>
- Lu, J., & Lu, Y. (2020). *A Universal Approximation Theorem of Deep Neural Networks for Expressing Distributions*. Available at: <https://arxiv.org/pdf/2004.08867.pdf>
- Masjedi, H., Rabajante, J., & al., e. (2020). *Nowcasting and Forecasting the Spread of COVID-19 in Iran*. Available at: file:///C:/Users/PC-USER/Downloads/Nowcasting_and_Forecasting_the_Spread_of_COVID-19_.pdf
- Mazurek, J., & Nenickova, Z. (2020). *Predicting the number of total COVID-19 cases and deaths in the USA by the Gompertz curve*. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/341132093>
- Moghar, A., & Hamiche, M. (2020). *Stock Market Prediction Using LSTM Recurrent Neural Network*. Available at: https://www.researchgate.net/publication/340636297_
- Nashiura, H., & al., e. (2020). Serial interval of novel coronavirus (COVID-19) infections. *International Journal of Infectious Diseases* 93(2020) 284-286.
- Osthus, D., Hickmann, K., & al., e. (2017). *Forecasting seasonal influenza with a state-space SIR model*. Available at: https://projecteuclid.org/download/pdfview_1/euclid.aos/1491616878
- Rahman, M., Ahmed, A., & al., e. (2020). *Impact of control strategies on COVID-19 pandemic and the SIR model based forecasting in Bangladesh*. Available at: https://www.researchgate.net/publication/340879877_
- Roda W., et al., (2020). Why is it difficult to accurately predict the COVID-19 epidemic? *Infectious Disease Modelling* 5 (2020), 271-281
- Round Table “Coronomics”, (2020). (In Georgian). *Economics and Business*, (2020), 2. Available at: <http://eb.tsu.ge/?leng=ge&cat=nom>
- Smith, D., & Moore, L. (2004). *The SIR Model for Spread of Disease - The Differential Equation Model*. Available at: <https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/the-sir-model-for-spread-of-disease-the-differential-equation-model>
- Soetewey, A. (2020, March). *COVID-19 in Belgium*. Available at: <https://www.statsandr.com/blog/covid-19-in-belgium/>
- Srivastava, P. (2017). *Essentials of Deep Learning : Introduction to Long Short Term Memory*. Available at: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2017/12/fundamentals-of-deep-learning-introduction-to- lstm/>
- Tamang, M., & al., e. (2020). A Machine-Learning-Based Approach to Predict the Health Impacts of Commuting in Large Cities: Case Study of London, *Symmetry* 2020, 12, 866; doi:10.3390/sym12050866
- Tiwari, S., Kumar, S., & al., e. (2020). *Outbreak Trends of Coronavirus Disease–2019 in India: A predicion. Disaster Med Public Health Prep*. 2020 Apr 22: 1–6. Published online 2020 Apr 22. doi: 10.1017/dmp.2020.115. Available at: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7211803/>
- Tjorve K., Tjorve E. (2017) The use of Gompertz models in growth analyses, and new Gompertz-model approach: An addition to the Unified-Richards family. *PLoS ONE* 12(6): e0178691. Available at: <https://doi.org/10.1371/journal.pone>.
- Tsoularis, A., & Wallace, J. (2002). Analysis of Logistic Growth Models. *Mathematical Biosciences*, 179, 1. July-August, 21-55
- Vaidyanathan, R. (2020). *Estimating COVID-19's Rt in Real-Time (Replicating in R)*. Available at: <https://www.datacamp.com/community/tutorials/replicating-in-r-covid19>
- Wang, L., Zhou, Y., & al., e. (2020). *An epidemiological forecast model and software assessing interventions on COVID-19 epidemic in China*. Available at: <https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.02.29.20029421v1.full.pdf+html>
- Wilding, T. (2020). Epidemic modelling of COVID-19 in the UK using a SIR model. Available at: <https://tjwilding.wordpress.com/2020/03/20/>
- Wu, K., Darcet, D., & al., e. (2020). *Generalized logistic growth modeling of the COVID-19 outbreak in 29 provinces in China and in the rest of the world*. Available at: <https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.03.11.20034363v1>
- Zhuang, Z., Zhao, S., & al., e. (2020). Preliminary estimates of the reproduction number of the coronavirus disease (COVID-19) outbreak in Republic of Korea and Italy by 5 March 2020. *International Journal of Infectious Diseases*. 95, (2020), 308–310.
- Zou, Z., & Qu, Z. (2020, January). *Using LSTM in Stock prediction and Quantitative Trading*. Available at: http://cs230.stanford.edu/projects_winter_2020/reports/32066186.pdf
- <https://www.kaggle.com/pablocastilla/predict-stock-prices-with-lstm>
- <https://analyticsindiamag.com/hands-on-guide-to-lstm-recurrent-neural-network-for-stock-market-prediction/>
- <https://medium.com/towards-artificial-intelligence/google-stock-predictions-using-an-lstm-neural-network-dbe785949a96>
- https://github.com/CSSEGISandData/COVID-19/tree/master/csse_covid_19_data/csse_covid_19_time_series